

Aktiboen arrisku-balioa Monte Carlo simulazioaren bitartez

Amancio Betzuen Zalbidegoitia eta Aitor Barañano Abasolo
EHUko Ekonomia eta Enpresa Zientzien Fakultateko irakasleak

Arriskuan dagoen balioa edo VaR (Value at Risk), datu bakar batekin balio baten arriskua laburbiltzen duen estatistikako neurria da, non galerak merkatuaren mugimendu normalen ondorioz sortzen diren. Galerak VaR-a soilik gainditu dezake merkatuko mugimendu anormaletan eta, beraz, hori gertatzeko probabilitatea txikia da.

Balio hau zehazteko kutzako fluxuak proiektatu behar ditugu eta horretarako simulazio-teknikak erabiliko ditugu. Teknika horien bitartez maiztasun-banaketa egingo dugu eta, ondoren, ausazko zenbakiak sortuko ditugu maiztasun-banaketa horren arabera. Horrekin, etorkizunean gerta daitezkeen milaka emaitzak lor ditzakegu eta, beraz, posible da emaitza fidagarriak lortzea, erabakiak hartzeko laguntzen gaituena.

GAKO-HITZAK: Monte Carlo simulazioa · Arriskuan dagoen balioa · Korrelazioa.

Value at Risk of assets with Monte Carlo simulation

Value at Risk (VaR) is a statistical measure that summarizes data in a single risk of a security or portfolio, generating losses resulting from normal market movements. Losses exceeding VaR occur only in abnormal market movements and have therefore a small probability of occurring.

In determining that value cash flows and projected need for this we turn to the simulation techniques that consist of frequency distributions assigned to model variables that are at risk and then generate random numbers according to these distributions «mimicking» the behavior that is considered (thousands of scenarios) that will in the future. This makes it possible to give more realism to the model to obtain more reliable results when making a decision.

KEY WORDS: Monte Carlo Simulation · Value at Risk · Correlation.

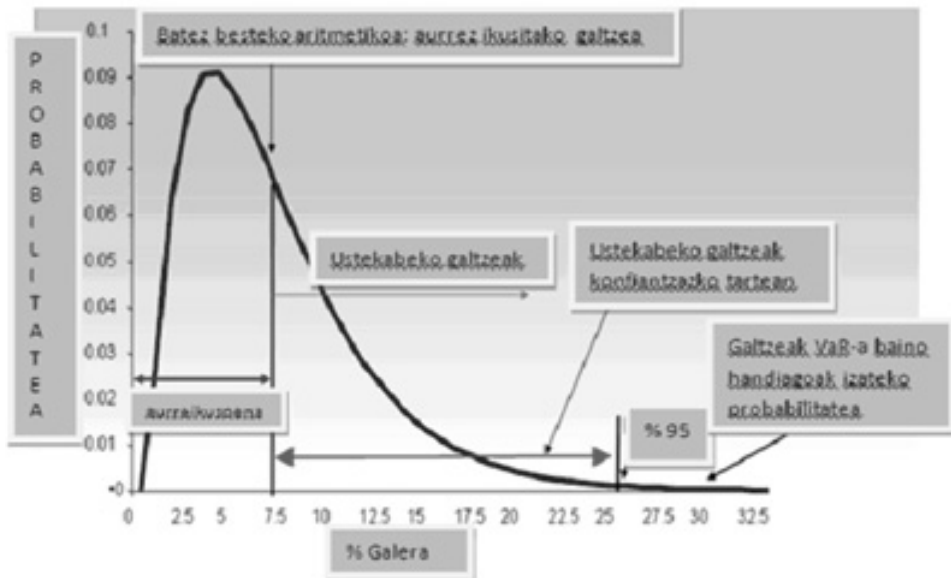
Jasotze-data: 2011-10-25. Onartze-data: 2012-02-08.

1. Sarrera

VaR-a aktiboen arriskua neurtzeko neurria da. Merkatuko egoera normalean galera probableak adierazten dituen neurria da. Denborazko epe batean (adibidez, egun batean) konfiantza-tarte baten barruan (normalean % 95) galera probableen muga adierazten du. Adibidez, Repsolen akzioen VaR-a egun baterako eta % 95eko konfiantza-tarterako 0,29 euro bada, horrek esan nahi du, kasuen % 95ean ez genukeela 0,29 euro baino gehiago galduko akzio bakoitzeko hurrengo 24 orduetan.

Arriskuan dagoen balioa hobeto ulertzeko asmoz, hurrengo grafikoa erakusten dugu:

1. irudia. VaR probabilitate-banaketan.



Iturria: egileek egindakoa.

Kontzeptu honen neurtzeko formak aldatu ahal dira. VaR-ak edozein denbora-epe har dezake: egun bat, aste bat edo urte bat, baita konfiantza-tarte desberdina izan ere, eta estatistikoki kalkulatzen den erak emaitza alda dezake. Gure iritzian hobereana simulazio estokastikoa da aktiboen fluxuak (prezioak edo errentagarritasunak) proiektatzeko. Simulazio estokastikoaren milaka proiektzioen batez bestekoa izango da itxarondako balioa.

Aktiboen proiektzio estokastiko egokia egiteko, honako hauek izan behar ditugu kontuan:

- Proiektzioen denbora-ostertza nahiko zabala izan behar da kutxako fluxu guztiak islatzeko helburuarekin.
- Proiektzio-kopurua nahiko zabala izan behar da emaitza onak bermatzeko eta egindako proiektzioen arabera emaitzen sentikortasuna aztertzeko.

- Proiekzioak gaur egun dauzkagun aktiboekin egin behar dira eta enpresa-kudeaketan ezarritako jardunbideak islatuko dituzte.

2. Simulazio estokastikoa: Monte Carlo

Monte Carlo simulazioaren izenaren erreferentzia Monakoko kasinotik dator, ausazko jokoaren hiriburua izateagatik kasinoetan ausazko zenbakiak sortzen baitira.

Monte Carlo simulazioaren prozedura hiru zatitan banatuko dugu:

- Datu historikoekin parametroak estimatzen dira.
- Ibilbide ezberdinak simulatzen dira konfiantza-tartea eta denbora-ostertza kontuan harturik.
- Errentagarritasunaren banaketa eta VaR-aren kalkulua.

Ondoren, irudi baten bitartez, egingo ditugun etapak islatuko ditugu.



Iturria: egileek egindakoa.

Aktiboen balioari buruz, Monte Carlo simulazioaren bitartez, aktiboek denboran zehar izan dezaketen balioa eskuratzen da milaka proiektzio egin eta gero.

Nolanahi ere, aktiboen balioek portaera estokastikoa duten hipotesia hartzen dugu kontuan. Dena den, proiektzioak egin aurretik, eredia ona dela egiaztatzea gomendatzen dugu.

Tradizionalki, finantza-teoriak uste izan du prezioek banaketa logaritmiko normalari edo errentagarritasunen banaketa normalari jarraitzen diotela, beraz, aktibo-en balioa edozein momentutan honela adieraz daiteke banaketa logaritmiko normalean:

$$P_t = P_0 e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}\xi} \quad / \quad \xi \approx N(0,1) \quad \Delta t = t - t_0$$

μ -k batez besteko errentagarritasuna islatzen du.

Azken finean, Monte Carloren bitartez, balio baten eboluzio posibleak estimatzen dira. Lortutako datuen arabera, merkatuko balioaren bilakaeraren galtzeak zatitzen dituen puntua lortzen da, adibidez, kasuen % 95 eta gainerakoa % 5.

3. Emaitzak

a. Aktibo baten arrisku-balioa

Demagun errenta aldakorra daukagula eta daukagun balioa guztira 1.000.000 eurokoa dela. Urte oso baten zehar izan ditzakegun galerak kalkulatu nahi ditugu.

Proiekzioak egin aurretik, datu historikoak kontuan hartuko ditugu, batez besteko errentagarritasunak eta aldakortasunak lortzeko asmoz.

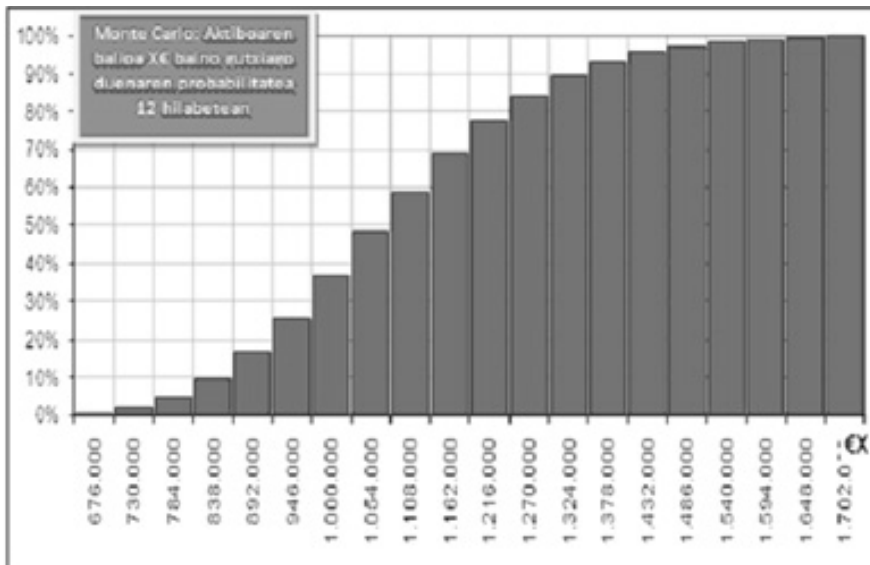
Gure kasuan, kontuan hartuko dugu gure akzioek historikoki % 8ko batez besteko errentagarritasuna daukatela eta aldakortasuna % 18 dela. Hurrengo pausoa milaka proiekzio egitea litzateke ausazko zenbakien bitartez, zeinek distribuzio normal bati jarraitu beharko lioketen. Ausazko zenbaki bakoitza lehen erakutsitako formularen sartuta, akzioen prezioaren estimazioa lortuko dugu urtearen amaieran.

Proiekzioak Visual Basic programaren bitartez egingo ditugu. Horretarako Excel erabili dugu makro baten bidez, eta makro horren bitartez milaka proiekzio egin ditugu.

Ondoren, 10.000 proiekzio egin eta gero, honako irudi honen bitartez, itxaron-dako errentagarritasunaren emaitzak eta emaitza bakoitza gerta daitekeen probabilitatea agertzen dira. Horrela, 4. irudian ikus daiteke galtzeak izateko probabilitatea gutxi gorabehera % 35koa dela.

Gure helburua VaR-a kalkulatzeko, konfiantza-tartea eta denbora-epa ezarri behar ditugu. Gure kasuan, 90 pertzentila erabiliko dugu urtebeteko eperako. Kasu horretan, aktiboetatik itxarondako balioa 838.000 eurokoa izango litzateke. Beraz, gaur egun aktiboaren balioa 1.000.000 € bada, urte batean eta % 90eko konfiantza-tartea kontuan izanik, estimatu dugun galera 162.000 eurokoa izango litzateke.

5. irudia. Aktiboaren balio estimatua Monte Carlo simulazioaren bitartez.



Iturria: egileek egindakoa.

b. Aktibo baten baino gehiagoren arrisku-balio bateratua

Demagun honako lau aktibo indexatu hauek ditugula: S&P 500, Nasdaq, Gold/Silver Index eta Russel 2000. Demagun lau aktibo horien balio eguneratu bateratua 1.000.000 eurokoa dela, aktibo bakoitzaren proportzioa % 25 dela, hau da, 250.000 euro aktibo bakoitzeko.

Simulazioak egin aurretik, lau indizeei buruzko datu historikoak lortu ditugu, batez bestekoa, desbideratze estandarra, eta hala badagokio, beraien arteko korrelazioa.

Datu historikoak makro baten bitartez eskuratu ditugu:

1. taula. Indizeen balioaren datu historikoak.

Hasiera: 01/01/1999 Egunero 108 datu
 Amaiera: 01/01/2008 Asteero
 hilebetero

Date	^GSPC	^XAU	^RUT	^DGC
01/01/1999	1279.64	63.26	427.22	2505.89
01/02/1999	1238.33	60.56	392.26	2288.03
01/03/1999	1286.37	59.76	397.63	2461.40
01/04/1999	1335.18	73.42	432.81	2542.86
03/05/1999	1301.84	60.87	438.68	2470.52
01/06/1999	1372.71	66.93	457.68	2685.12
01/07/1999	1328.72	62.87	444.77	2638.49
02/08/1999	1320.41	67.34	427.83	2739.35
01/09/1999	1282.71	80.26	427.30	2746.16
01/10/1999	1362.93	69.55	428.64	2965.43
01/11/1999	1388.91	67.04	454.08	3336.16
01/12/1999	1469.25	67.97	504.75	4069.31
03/01/2000	1394.46	59.98	496.23	3940.35
01/02/2000	1366.42	59.76	577.71	4695.69
01/03/2000	1498.58	56.50	539.09	4572.83
03/04/2000	1452.43	54.75	506.25	3860.66
01/05/2000	1420.60	56.28	476.18	3400.91
01/06/2000	1454.60	57.81	517.23	3966.11
03/07/2000	1430.83	50.85	500.64	3766.99
01/08/2000	1517.68	52.34	537.89	4206.35
01/09/2000	1436.51	49.92	521.37	3672.82
02/10/2000	1429.40	43.87	497.68	3369.63
01/11/2000	1314.95	47.08	445.94	2697.93
01/12/2000	1320.28	51.41	483.53	2470.52
02/01/2001	1366.01	48.86	508.34	2772.73
01/02/2001	1239.94	52.51	474.37	2151.83
01/03/2001	1160.33	47.57	450.53	1840.26
02/04/2001	1249.46	55.13	485.32	2116.24
01/05/2001	1255.82	57.13	496.50	2110.49
01/06/2001	1224.38	53.25	512.64	2160.54
02/07/2001	1211.23	53.06	484.78	2027.13
01/08/2001	1133.58	56.56	468.56	1805.43
04/09/2001	1040.94	57.79	404.87	1498.80
01/10/2001	1059.78	54.53	428.17	1690.20
01/11/2001	1139.46	52.57	460.78	1930.58
03/12/2001	1148.08	54.43	488.50	1960.40
02/01/2002	1130.20	61.33	483.10	1934.03
01/02/2002	1106.73	65.16	469.36	1731.49
01/03/2002	1147.39	70.89	506.46	1845.35
01/04/2002	1076.92	73.96	510.67	1688.23
01/05/2002	1067.14	84.24	487.47	1615.73
03/06/2002	989.82	71.46	462.64	1463.21
01/07/2002	911.62	60.54	392.42	1328.26
01/08/2002	916.07	69.46	390.96	1314.85
03/09/2002	815.28	69.74	362.27	1172.06
01/10/2002	885.76	63.44	373.50	1329.75
01/11/2002	936.31	63.38	406.35	1478.78
02/12/2002	879.82	76.76	383.09	1335.51
02/01/2003	855.70	77.00	372.17	1320.91
03/02/2003	841.15	71.99	360.52	1337.52
03/03/2003	848.18	66.92	364.54	1341.17
01/04/2003	916.92	65.30	398.68	1464.31
01/05/2003	963.59	73.46	441.00	1595.91
02/06/2003	974.50	78.65	448.37	1622.80
01/07/2003	990.31	81.12	476.02	1735.02
01/08/2003	1008.01	91.00	497.42	1810.45
02/09/2003	995.97	91.12	487.68	1786.94
01/10/2003	1050.71	98.08	528.22	1932.21
03/11/2003	1058.20	109.66	546.51	1960.26
01/12/2003	1111.92	108.84	566.91	2003.37

INDIZEEN DATU HISTORIKOAK ESKURATU (AITOR eta AMANCIO)

INDIZEEN KODEA

^AORD	AUSTRALIA
^BX	BANK INDEX
^BTK	BIOTECH INDEX
^DJI	DOJ
^FPA	FINANCIAL
^FCHI	FRANCE
^XAU	GOLDSILVER NDX
^GHA	HARDWARE
^HCX	HEALTHCARE
^HSI	HONG KONG
^N225	JAPAN
^SSBC	MEXICO
^MSCI	MOODYS COMMOD
^KXC	NASDAQ
^XOI	OIL INDEX
^RLX	RETAIL INDEX
^RUT	RUSSELL 2000
^GSPC	S&P 500
^SOXX	SEMICONDUCTOR
^STI	SINGAPORE
^PSE	TECH INDEX
^GSPSTSE	TORONTO INDEX
^DUT	TRANSPORTATION
^FTSE	UK
^SMSI	MAJOR GENERAL
^GDAXI	DA X

Iturria: egileek egindakoa.

Indize bakoitzeko datu historikoen bilakaera aztertuta, hurrengo emaitza estatistikoak lortu ditugu:

2. taula. Indize historikoen emaitza estatistikoak.

Aktiboak =	S&P 500	GOLD/SILVER INDX	RUSSELL 2000	NASDAQ
Batez besteko errebalorizazioa:	% 0,207	% 1,355	% 0,69	% 0,373
Desbideratze Estandarra:	% 3,9	% 9,1	% 5,5	% 7,9
Banaketa:	% 25,0	% 25,0	% 25,0	% 25,0

Iturria: egileek egindakoa.

Garrantzitsua da arrisku guztiak (indizeak) gehitzeko kontuan hartzea beraien arteko korrelazioa. Arriskuak gehitzea, noski, ez da arrisku bakoitzaren batura. Horretarako, esan dugunez, kontuan hartuko dugu beraien arteko korrelazio-koefizientea:

$$CORR(X, Y) = r(X, Y) = \frac{\text{cov } X, Y}{\sigma_x \sigma_y}$$

Pearson-en korrelazio-koefizientearen bitartez, indizeen arteko korrelazioak lortuko ditugu:

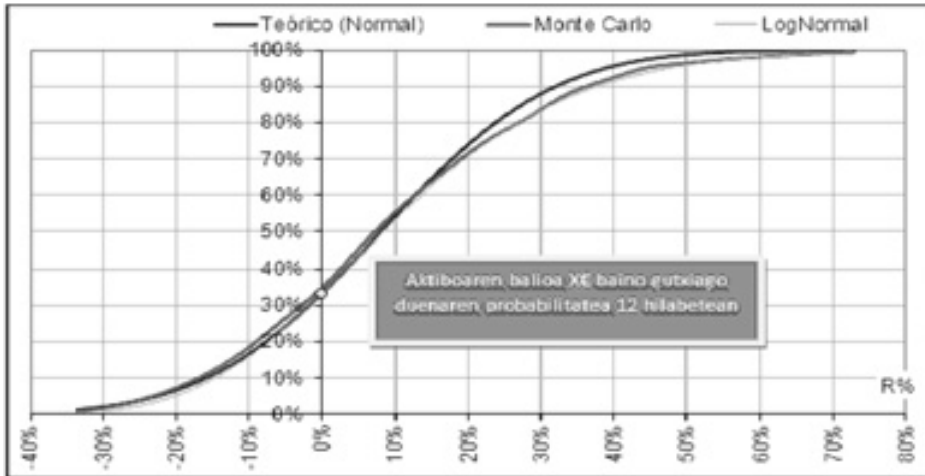
3. taula. Indizeen korrelazioak Pearson-en korrelazio-koefizientearen bitartez.

Korrelazioak	S&P 500	GOLD/SILVER INDX	RUSSELL 2000	NASDAQ
S&P 500	% 100	% 14	% 70	% 80
GOLD/SILVER INDX	% 14	% 100	% 28	% 10
RUSSELL 2000	% 70	% 70	% 100	% 83
NASDAQ	% 80	% 10	% 83	% 100

Iturria: egileek egindakoa.

Indize bakoitzak har dezakeen balioa jakiteko, hamar mila simulazio egingo ditugu beraien arteko korrelazioak kontuan harturik (lehenago lortutako Pearson-en koefizientearen bitartez). 6. irudiari esker, banaketa estatistikoa LogNormal-a dela eta galtzeak izateko probabilitatea % 32 dela ikus dezakegu.

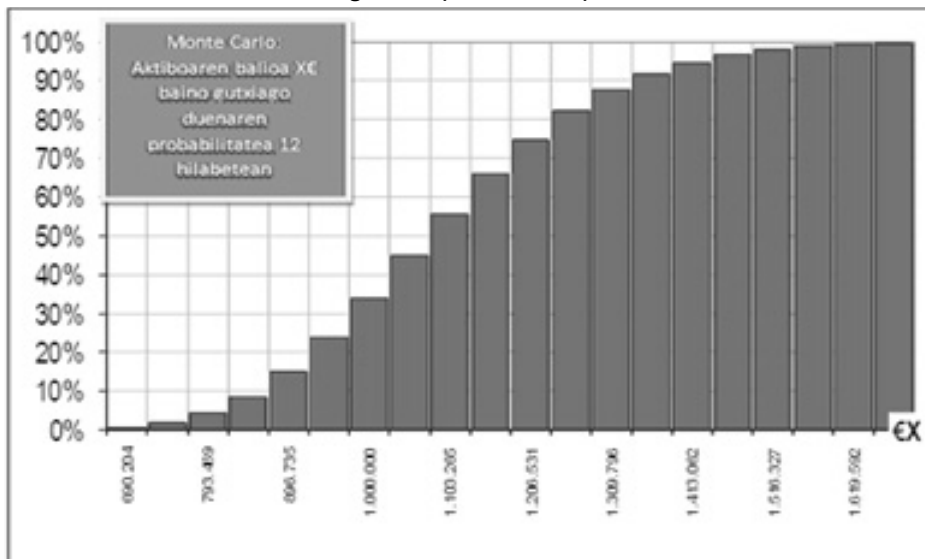
6. irudia. Aktibo guztien (lau indizeak) errentagarritasun estimatua.



Iturria: egileek egindakoa.

7. irudian, 10.000 proiektzio simulatu ondoren, aktiboen balio estimatua eta balio bakoitzeko probabilitatea erakusten ditugu denbora-ostertza batean eta konfiantza-tarte batean:

7. irudia. Aktibo guztien (lau indizeak) balio estimatua.



Iturria: egileek egindakoa.

4. Ondorioak

Monte Carlo simulazioa erabiliz emaitza probabilistikoak lortzen ditugu. Eredu deterministek, berriz, emaitza bakarra edo «puntu bakarreko estimazioa» ematen digute. Horrela, simulazio estokastikoak, emaitzak erakustez gain, emaitza horiek emateko duten probabilitatea ematen digu.

Monte Carlo simulazioan sortutako datuei esker, erraza da emaitzak eta beraien probabilitateak irudien bitartez adieraztea. Hori oso garrantzitsua da emaitzak besteei komunikatzeko.

Monte Carlo simulazioan ere, errazago ikusten da zein aldagaik izan duten eragin handiena azken emaitzetan. Aitzitik, modelo deterministetan zailagoa da aldagaiek emaitzan izan duten eragina ikustea.

Posible da aldagai ezberdinen arteko korrelazioa edo elkarren mendeko harremanak modelatzea. Hori oso garrantzitsua da zehatz-mehatz jakiteko faktore bazuk jaisten edo igotzen direnean, besteak zergatik igotzen edo jaisten diren.

Simulazio horretan denboraren aldakuntza ere sar daiteke erabilitako parame-troetan, buztan luzeko banaketan eta muturreko eszenarioetan, beraz, arrisku sorta zabala izan dezakete

Bibliografia

- Artzner, P.; Delbaen, J.; Eber, M. eta Heath, D. (1999): "Coherent measures of Risk", *Mathematical Finance*, **9**, 203-228.
- Bennett, D.J. (1998): *Randomness*, Harvard University Press, Cambridge.
- Besis, J. (2004): *Risk Management in Banking* (second edition), John Wiley and Sons Inc.
- Canto, A. del eta Delfiner, M. (2009): "La exigencia de capitales mínimos por riesgo de Mercado", Nota técnica, BCRA.
- Efron, B. (1981): "Non parametric estimates of standard error: the Jackknife, the Bootstrap, and other methods", *Biometrika*, **68**, 589-599.
- , (1982): "The Jackknife, the Bootstrap and other resampling plans", SIAM.
- Francis, J. C. eta Archer, S. H. (1977): *Análisis y Gestión de Carteras de Valores*, Ediciones ICE, Madril.
- Francis, Jack eta Taylor, R. (1992): *Theory and Problems of Investments*, McGraw Hill, New York.
- Joy, C.; Boyle, P. P. eta Tan, K. S. (1996): "Quasi-Monte Carlo Methods in Numerical Finance", *Management Science*, **42-2**, 926.
- Kaye (2005): "A Guide to Risk Measurement, Capital Allocation and Related Decision Support Issues".
- Malkiel, B. G. (1992): *Un Paseo Aleatorio por Wall Street*, Alianza Editorial, Madril.
- Mascareñas, J. (2002): *Gestión de Activos Financieros de Renta Fija*, Ediciones Pirámide.
- Mcneil, F. eta Embrechts (2005): "Quantitative Risk Management – Concepts, Techniques and Tools".
- Meneu, V.; Navarro, E eta Barreira, M. T. (1992): *Análisis y Gestión del riesgo de interés*, Editorial Ariel Economía, Bartzelona.
- Parr, W.C. (1983): "A note on the Jackknife, the Bootstrap and the Delta method estimators of bias and variance", *Biometrika*, **70-3**, 719-722.

- Pashigian, B. P. (1996): *Teoría de los Precios y Aplicaciones*, McGraw-Hill, Madril.
- Quenouille, M. (1949): "Approximate tests of correlation in time-series", in J. Roy, *Statist. Soc. Ser. B*, **11**, 18-44.
- Sánchez-Fernández, J. L. (2001): *Curso de Bolsa y Mercados Financieros*, Editorial Ariel Economía, Bartzelona.

