

Denbora kategorial da? bere azterketa logikoa

Agustin Arrieta Urtizberea

EHU, Filosofia eta Hezkuntza Zientzien Fakultatea, Donostia

Aristotelek planteatu zuen denboraz hitz egiteko bideen anizkoitasuna. Denboraz hitz egin dezakegu ikuspuntu desberdinetatik abiatuz: "noiz" kategoriaren barruan, "fisikaren" barruan, eta matematikaren barruan, denbora kantitate jarraia den heinean.

Kantengan ere matematika da denbora/espazioa-z arduratzen dena, baina besteak beste jarraitasuna ez da agertzen funtsezko ezaugarri bezala. Gainera bere sisteman denbora ez da kategoria bat.

Aipatuko dugu ere Fregek ez duela bat egiten Kantekin aritmetikari dagokionez eta logikariaren ustez ez dago inolako erlaziorik aritmetika eta denboraren artean.

Bukatzeko azalduko dugu, van Benthem-en lanari jarraituz, nola azter daiteken denbora logikaren ikuspegitik, aldiberean Aristotelen denbora jarraiari buruzko ideiek planteatzen dituzten arazoak aztertuz.

Aristotle thinks that we can speak of time from different points of view: within the category of "when", within "physics", and as a mathematical subject, taking into account that time is a continuous quantity.

Kant also regards mathematics as a science of time-space, but continuity is not a basic feature for time. Moreover, in his system, time is not a category.

Later, we will refer to Frege's ideas, and mainly to his notion of arithmetic: arithmetic is not related with time at all.

In the last part, bearing van Benthem's work in mind, we will see how it is possible to analyse time from a logical point of view, and by the way to study the problems that Aristotle's conception of time raises.

Sarrera

Izenburuan bi arazo desberdin aipatzen dira. Alde batetik, denboraren izaera kategoriala zalantzan jartzen da edo, bederen, arazo moduan planteatzen da, eta bestetik denboraren azterketa logikoaz hitz egiten dugu. Lan honetan, bigarren arazoari dagokionez, oinarritzko ideiak aurkeztuko ditugu, ondoren, Aristoteleren ideiak irazkinduz, denboraren izaera jarraia aztertzeke.

Lehenengo zatian filosofiaren historian zehar izandako bi jarrera desberdinak aztertu nahi ditugu, Kant eta Aristotelerena hain zuzen. Aristotelek denbora kategoria gisa ulertzen du, eta saiatuko gara azaltzen zergatik halako planteamendua eta zer nolako arazoak sortzen diren edo ikusten ditugun Aristotelerengan. Aristoteleri ez zaio erraza gertatuko denboraren zientzia zein eta nolakoa den argitzea, alegia, zein den kategoria horri dagokion zientzia. Kantentzat, aldiz, denbora ez da kategoria edo adimenaren kontzeptua izango, intuizioaren forma baizik. Dena den, amankomunean duten zeozer bereiz dezakegu: bata nahiz bestearentzat matematikak denborarekin zer ikusia badu, nahiz eta sakontzerakoan bi egileen artean hainbat desberdintasun azaldu.

Gure lana lau zatitan banatuko dugu. Lehenengo bietan Aristoteleren eta Kanten denborari buruzko ideia nagusiak azalduko ditugu. Hirugarrengoan, konparaketa bat egiten

saiatuko gara izenburuko galderari erantzuteko bidea zabaltzeko. Azkenik, Aristoteleren jarraitasunak, "*Kategorietan*" planteatuta dagoen bezala, zer nolako arazo logikoak planteatzen dituzkeen ikusiko dugu.

Aristoteleren oinarritzko ideiak denborari buruz

Denbora aztertzerakoan bide desberdinak jarrai ditzakegu. Denbora artearen munduan¹, denbora zientziaren ikuspegitik², denbora kontzeptu eratorri gisa³, denbora psikologikoa edota barne-denbora⁴ eta abar. Antza denez, denbora era askotan uler daiteke eta ez dago batere garbi noiz eta non gurutzatzen diren bide desberdin hauek. Jadanik Aristotelerengan denboraz pentsatzeko bideen anizkoitasuna azaltzen da. Aristotelek denbora ($\rho\omicron\tau\epsilon$) kategoriatzat jotzen du, baina, aldiberean, denbora kantitate jarraia adibide gisa azaltzen digu. Beraz, alde batetik denboraren gaineko azterketak "noiz" ($\rho\omicron\tau\epsilon$) batez hasten den galderazko perpausari erantzuteko bidea landu eta erakutsi behar digu, "noiz" kategoriari dagokion zientzia osatuz. Baina, beste aldetik, denboraz arduratzeko zehatzagoa den bide bat badago, alegia, espazioarekin batera, kantitate jarraia dagokiona. Kantitatearen zientzia matematika izanik, Aristotelerentzat denboraz arduratzen den zientzia matematika litzateke. Agian "noiz" kategoriari dagokion zientzia kantitate jarraia dagokiona baino orokorragoa dela pentsa daiteke. Horrela dela pentsatzen dugu.

1. Bachelor.

2. Newton, Einstein.

3. Leibniz, Russell.

4. Kant, Guyau.

Dena den, "Kategorietan", denboraren kategoria azaltzen dagoela, hauxe esaten digu Aristotelek:

"Lau zentzutan esaten ohi da gauza bat bestea baino lehenagokoa dela: lehenik eta behin, eta zentzurik aproposenean, denboraren araberakoa....⁵"

Beraz "noiz" kategorian lehenagoko/ondorengo (aurreko/ondorengo) erlazioaz arduratzen gara. Noiz esan dezakegu gauza bat beste baten aurrekoa (ondorengoa) dela? Aristotelek lau zentzu bereiziko ditu erlazio horrentzat, baina nagusia denboraren araberakoa dugu. Kategoria honetan galdera horri nola erantzun modu egoki batez landu behar dugu, eta horrela denboraren ulerpen bat lortuko dugu. Antza denez, gero baieztatuko dugun bezala, denboraren ideia gauzatzeko bi osagai behar ditugu: alde batetik erlazioan jartzen ditugu elementuak eta bestalde multzo horretan definitzen dugun erlazio bat, "aurreko/ondorengo" erlazioa hain zuzen.

Denbora pentsatzeko bide desberdin hauetaz aparte, Aristotelek denborari buruzko gogoeta sakonena bere "fisikan" egiten du, fisika "koalitate (nolako? galderari dagokiona)"⁶ kategoriari dagokion zientzia

izanik. Bertan denbora eta higiduraren arteko loturak aztertzen ditu: denbora ($\chi\rho\nu\nu\sigma$) higiduraren zenbakia ($\alpha\rho\iota\theta\mu\sigma$) da, aurrekoa ($\pi\rho\tau\epsilon\rho\nu$) eta ondorengoaren ($\nu\sigma\tau\epsilon\rho\nu$) araberakoa. Gainera jarraia da.

Definizio honetan kategoria desberdinei dagozkien hainbat kontzeptu nahasturik aurkitzen ditugu: zenbakia (kantitatea), aurrekoa/ondorengoa (erlazioa/noiz) eta higidura⁷. Badirudi beti, denboraz hitz egiterakoan, beste kategorietara jotzeko premian gaudela. Azken hau arazo bat da sistema aristoteliarrean, bertan suposatzen baita kategoria bakoitzaren autonomia, eta ondorioz kategoria bakoitzari dagokion zientziarena ere bai. Gero ikusiko dugun bezala, agian arazo honen aurrean denbora kategoriatzat ez hartzeak osatuko luke ebazpide bat.

Azter ditzagun Aristotelek bere fisikan azaltzen dizkigun ideia nagusiak denborari buruz.

1- Denbora jarraia da oraina kontaktuan dagoelako iraganaldi eta geroaldiarekin. Bestalde, denbora jarraia da aldiuneari⁸ ($\nu\nu\nu$) esker, aldiunerik gabe ezer ez delarik (physique IV, 219b33-220a5). Ondorioz, Aristotelerentzat orainak denbo-

5. Kategoriak 14a25. Hemendik aurrera itzulpenak gureak izango dira eta gaztelaniatik itzulita.

6. Egungo fisikari buruzko gauza bera esatea zaila gertatuko litzaiguke. Noski fisika-matematikoaz ari gara.

7. Aristotelek mugimendua zentzu zabalean ulertzen du:

"Sei mugimendu-mota dago: sortzapen, ustelpen, gehikuntza, urripen, aldaketa eta aldaketa lokala" Kategoriak 15a14.

Honi buruz ikus (Aubenque-1962, 412-416orr.) mugimenduaren printzipioen hirukoiztasuna (materia, forma eta gabetasuna) aipatzen denean, baieztatuz mugimenduaren zentzu orokorra, esate baterako predikazioan gauzatzen den mugimendua.

8. Grekerako nun adierazteko aldiunea ez da oso egokia. Agian "oraina" litzateke egokiagoa, nun honek orainaldiari erreferentzia egiten baitio. Aristotelek nun honekin oraingo aldiunea adierazi nahi du, eta oraingoa ez bada bere inguruneke une bat (denboran) bai behintzat. Ikus. Owen-1979, orainaren murrizgarritasunaz.

raren gunea osatzen duela esan dezakegu.

Arazo honetaz ohartxo bat. Gure azterketa logikoa egiterakoan, van Benthem-en jarrerari jarraituz, ez dugu kontsideratuko oraina denbora-puntu⁹ bereizi gisa denbora-egituran zehar, azken batean egituraren puntu guztiak orainak direlako iraganaldi-geroaldi zatiketaren arabera. Aristotelek berak oraina zentzu batean bera dela eta bestean bestea dela esaten digu. Une batetik bestera oraina aldatzen dela garbi dago, azken finean denboraren igaropena puntu desberdinetatik zati dezakegulako, baina aurreko-ondorengoaren arabera, higidura aztertzerakoan oraina bera da, azken finean beti limitea delako:

“Ierroa zatitzerakoan oraina beste bat delako, baina bere funtzio bateratzaileen aztertzerakoan oraina bera da edozein zentzutuan (subjektu nahiz definizio aldetik)”¹⁰.

Beste era batean esanda: oraina higiduraren aurreko-ondorengo erlazioa aztertzeko premiazkoa den limitea da (physique IV 219b25). Bi ideia hauek mantentzeko ez dago denbora-puntu bereizi baten premiarik. Orainari buruz esan dezakeguna aplikagarria izango da denbora-puntu guztientzat, beti iraganaldi/geroaldi erlazioaren arabera.

2- Aristotelerengan espazioa eta denboraren arteko erlazioari buruzko gogoeta bat ere aurki dezakegu. Ondorio gisa denboraren nozioa eta

intuizioa espazioaren noziotik dator-kigula esan dezakegu, higidura dela medio:

“Beraz, esan dugun bezala, higidura espazioaren menpean dago eta era berean denbora higidurarekiko”¹¹.

Beste ondorioen artean, denborak espazioarekiko duen menpekotasunak Aristotele eta Kanten ideiak kontrajartzen dituela. Aipa daiteke ere Aristotelerengan, gai honi dagokionez, iritzi kontrajarriak azaltzen direla behin baino gehiagotan.

Aristotelek nagusiki bere fisikan garatzen du denboraren ideia, baina pentsatzen dugu ere orainaren ideiak, fisikan eta kategorietan aipatua izan dena, denboraren ondoko bi zentzu nagusi hauek uztartzen dituela: denbora/higidura, denbora/kantitate jarraia.

Fisikan ondoko ideia hauek ere azaltzen zaizkigu:

3- Denbora higiduraren neurria bezala:

“baina denbora higiduraren neurria denez, eta baita ere gauzatzeko zorian dagoen denborarena, eta berak neurtzen du higidura, osoarentzat neur-unitatea izango den higiduraren bat mugatuz,...”¹².

Aristotelek denbora neurtuaren oinarriak aipatzen ditu, higidura neurtzeko beste higidura baten premia azaltzen duenean, denbora-unitatea

9. Ikus. van Benthem-1991, 6.orr., “the fleeting now” delakoari buruz.

10. Physique IV 222a15.

11. Physique IV, 219b15.

12. Physique IV, 220b32.

osatuko duena hain zuzen. Hemen ez dugu aipamenik egingo arazo honi buruz, denboraren neurketa eratorria den arazoa baita.

4- Barne-denboraren (denbora psikologikoa) ideia ere agertzen zaigu, denboraren ideia izateko arima eta adimenaren ezinbestekotasuna aipatzean duenean:

“ezinezkoa da arimarik gabe denbora egotea...”¹³.

5- Aristotelek azaltzen digu ere “denboran izatearen” ideia¹⁴:

“Bi eratan uler daiteke denboran izatea: bai denbora gauzatzean izatea, bai zenbakian zenbait gauza direla esaten den bezala”¹⁵.

Eta aipatutako bi horiek kontsideratuz, besteak beste izaki betierekoak denboran ez direla ondorioztatzen du.

Denboraren inguruko ideia guzti hauei nolabaiteko batasuna eskaini nahian, orainaren nozioa zentrala gertatuko zaigu. “Oraina” limite gisa izango da aldeberean kategorietan eta fisikan denborari buruz esaten dena elkartzeko ahalbidea emango diguna eta noski denboraren jarraitasuna aztertzeke ateak zabalduko dizkigun kontzeptua.

Aristotelek kantitatearen barruan bi mota bereizten ditu: diskretua (etena) eta jarraia. Diskretuaren adibideak ondoko hauek dira: zenbakia eta hizkuntza. Kantitate jarraia- ren barruan, aldiz, lerroa, azalera, gorputza, denbora¹⁶. Adibideak baino gehiago bere definizioa interesatzen zaigu:

“zenbakiaren zatiei dagokienean, hauen artean kontaktuan jartzen dituen limiterik ez dago. ”.....” Honengatik zenbakia kantitate diskretua da”. Edo modu zehatzago batean esanda: “zeozer diskretua da ondoz ondoko bi zatirentzat bi borne dauzkagunean”.

“Lerroa, aldiz, kantitate jarraia da, bere zatiak kontaktuan dauden limite bat aurkitzea dagoelako, puntua hain zuzen”.

“Denbora mota honetakoa da ere, orainaldia (νῦν χρόνος) kontaktuan dagoelako iragan eta geroaldiekin”.

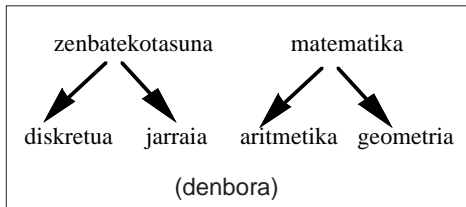
Honengatik Aristotelerentzat, oraina limite gisa kontsideratzen badugu, geometria da denboraz arduratuko dena, denbora kantitate jarraia den heinean. Geometria arduratuko da azalera, gorputzaz, lerroaz, denboraz... Noski matematikaren beste azpizientzia arduratuko da zenbatekotasun diskretuaz, aritmetika hain zuzen. Beraz:

13. Physique IV, 223a25.

14. Physique IV, 221a7.

15. Physique IV, 221a10.

16. Suarez-ek ez du onartzen denbora zenbatekotasun jarraia- ren barruan, bai, aldiz, lerroa, azalera eta gorputza. Horretarako gogorarazten dizkigu Aristotelere- n esanak metafisikan (5. liburuan), denbora zenbatekotasuna “per accidens” dela adierazten duenean. Bere argudioan ikus dezakegu ere, lehen azaldu dugun bezala, denbora zenbatekotasun bihurtzen dela higiduraren bitartez espazioarekiko duen menpekotasuna dela eta. (ikus Suarez: Disputaciones metafísicas VI).



Beraz, jarraitasunaren ikuspegitik, oraina da denborarentzat, puntua lerroarentzat eta lerroa azalerarentzat direna. Zeozer jarraia da bi zatiren arteko amankomuneko limitea dagoenean. Diskretuan aldiz, bi zatirentzat, nahiz eta ondoz ondokoak izan, bi borne izango ditugu eta hauen arteko kontakturik ez dugu izango.

Ondorio gisa, nahiz eta argudioa beste bide batetik planteatu dugun, berriro ere esan dezakegu denboraren geometrizazioaren aurrean gaudela.

Denbora arrazoi hutsaren kritikan

Kantek, Aristoteleren aurka, ez du onartzen denbora kontzeptu (kategoria nahiz kategoria baten mota) gisa. Berak denbora ez dela kontzeptu enpirikoa ezta kontzeptu unibertsala ere¹⁷ esaten digu. Denbora ez da gauzen determinazio objektiboa. Etxea gorria dela diogunean, "gorria" "etxe"aren determinazio objektibo bat izanik, ezinezkoa izango da, Kanten ustez, gorria etxearen (objektuaren) baldintza izatea. Eta gauza bera esan dezakegu gainerako determinazioei buruz. Denbora, aldiz, baldintza da edozein objektuentzat *objektua izateko*, horregatik ezin dugu onartu denbora bera determinazio bezala. Kantek denbora zer ez den esan ondoren, zer den azaltzen digu.

Denborak fenomenoaren ahalbidezko baldintza osatzen du. Bakarrik denboraren baitan izan daitezke fenomenoak. Eta azken hau baieztatzerakoan zeozer gehiago adierazten digu: denbora eta giza sentimeneen arteko lotura hertsia da, fenomenoak, definizioz, gure sentimeneen objektuak baitira. Denbora ez da ezer gure intuizioaren sentsibilitatea alde batera uzten badugu. Denbora gure intuizioaren baldintza subjektiboa besterik ez da, eta subjektutik at ez da ezer. Kantentzat denbora gure barne-intuizioaren forma da eta horrek esan nahi du edozein esperientziaren alde aurreko baldintza osatzen duela. Gure errepresentazioak denborazko segidan doaz, eta horren konzientzia badugu gure barne-sentimenearen forma dela eta. Honek ez du esan nahi denbora berez zeozer denik, subjektuari guztiz lotuta baitago. Ez du esan nahi ere denbora gauzen determinazio objektiboa denik, nola edo hala gauzak galduta baitaude, fenomenoaren munduan murgiltzen garelako. Gainera, Kantek denbora/espazio erlazioa aztertzerakoan lehentasuna ematen dio denborari, azken hau barne-fenomenoaren bitartetik gabeko baldintza delako, kanpo-fenomenoaren baldintza arartekotua izanik. Beraz, fenomeno guztien baldintza da.

Bere "Arrazoi Hutsaren Kritika"n Kantek, ezaguna den bezala, hiru fakultate bereizten ditu: intuizioa, irudimena eta adimena. Adimena aztertzerakoan "bere" kategoriak azalduko dizkigu, juizioen sailkapena egin ondoren. Kontzeptuek funtzio bateratzailea betetzen dute, bai Kantentzat, bai Aristotelerentzat, eta

17. "Crítica de la Razón Pura" 74-75.orr.

aldiberean objektuaren ezagupen arartekotua eskaintzen digute. Kontutan hartu behar da hiru fakultateen arteko erlazioa. Kategoría horien artean denbora ez da azaltzen, intuizioan kokatzen baita denboraren arazoa. Gure ezagupena kontzeptuen bitartez gauzatzen da, baina kontzeptu horiek beren eginkizuna bete dezaten, ezagupenaren posibilitatea eskainiz, beharrezkoa da nonbaitetik materia edota edukin bat eskaintzea. Espazioa eta denboran antolatzen da intuizioaren anizkoitasuna. Intuizioak eskaintzen die, irudimena nahiz adimenari, edukin eta "lehengai" eta intuizioan, espazioa eta denbora direla, lehenengo sintesi trazedentalak gauzatzen da. Fakultate bakoitzari sintesi bat dagokio, eta azkenean adimen-mailako sintesia (berrezagupen-sintesia) izango da ordenatzailea, baina lehendik bi sintesi suertatu dira: aprehentsiozkoa intuizioan eta erreproduktiozkoa irudimenean. Noski, sintesi guzti hauek "a priori" dira, hau da, edozein esperientziaren baldintzak eta aurrekoak. Lan honetan ez zaigu interesatzen hainbeste fakultate eta sintesien arteko erlazioa aztertzea, baizik eta sistema honetan denbora non dagoen kokatuta ikustea. Ondorio genezake denbora ez dela kategoría, baina bai edozein kontzeptuaren bitartez gertatzen den sintesiaren azpian funtsezkoa den forma hori, azken batean intuizioaren sintesiaren baldintza formalak:

"Gure ezagupen guztiak daude, azken batean, sentimen horren¹⁸ baldintza formalaren menpean,

denboraren menpean hain zuzen. Bertan guztiak izan dira ordenatuak, estekatuak eta erlazionatuak" ¹⁹.

Kantek lehenengo sintesiaz ari da eta bertan harrigarria den zeozer antzeman dezakegu: ez da espazioa aipatzen, intuizio mailan gertatzen den sintesian irudimeneko sintesiaren aurrepausoa izango dena²⁰. Hemen azaltzen zaigu, modu gordinean, denboraren garrantzia, bere funtzio bateratzailean, kontzeptuaren funtzio bateratzailearengandik bereiztu behar dena:

"Intuizio orok badu bere barne barietate bat, psikismoak inpresioen segidan denbora bereizten ez badu errepresentaezina dena"²¹.

Kantek nola justifikatzen duen sintesi hau "a priori" izatea izango da interesatzen zaigun gaia. Era honetan ikusiko dugu non kokatzen duen eta nola ulertzen duen jakintza matematikoa eta bide batez aukera emango digu, berriro ere, Aristotelerekin kontrajartzeko.

Zein da denboraren zientzia?

Kantek onartzen du geometria espazioaren zientzia bezala. Aldi berean onartzen du ere geometriaren enuntziatuak sintetikoak, beharrezkoak eta "aprioristikoak" direla. Nondik sor litezke halako enuntziatuak? Zein da enuntziatu hauen iturria? Bi aukera baino ez dago Kanten ustez: edo kontzeptuetatik edo intuizio batetik. Kontzeptuak edo intuizioa enpirikoak baldin badira, orduan ezinezkoa izango da iturri hauetatik jakintza

18. Barne-sentimenaz ari da.

19. "Crítica de la Razón Pura" 131.orr.

20. Kontzeptuak bi sintesi hauek gidatzen dituela adimeneko sintesian.

21. "Crítica de la Razón Pura" 132.orr.

apodiktiko eta beharrezko bat sortzea. Beraz, aprioristikoak diren kontzeptuak edo intuizioak kontsideratu beharko dira. Baina kontzeptuetatik abiatuz lor dezakegun ezagutza analitikoa da, sekulan ez sintetikoa²². Geometriako edozein enuntziatu kontutan hartuz, konturatzen gara ezinezkoa dela analitikoki enuntziatu hori frogatzea. Ondorioz, gelditzen zaigun aukera bakarra intuizio aprioristikoarena dela esan dezakegu. Geometriako enuntziatuetan adierazten den sintesia intuizio batean oinarritzen da. Edo hobe esanda intuizio horretan ematen den objektuan. Beraz gugan badago "a priori" intuitzeko fakultatea eta espazioa intuizio horren forma da, bera gabe ezinezkoa liratekeela guretzako kanpoko objektuak. Espaziorik gabe ezinezkoa gertatuko litzaziguke kanpoko objektuak. *Kanti jakintza sintetiko aprioristiko bat egoteak ematen dio aukera espazioaren beharrezkotasuna planteatzeko eta honek osatzen du edozein espe-rientziaren baldintza beharrezkoa.* Gauza bera esan dezakegu denborari buruz, baina azken kasu honetan barne-intuizioaren formaren aurrean gaude.

Geometriaren izaera sintetiko aprioristikoa espazioaren intuizioaren bitartez justifikatzen du Kantek, baina zer esan aritmetikari buruz? Kasu honetan Kantek ez digu garbi esaten zein den aritmetikaren izaera sintetiko aprioristikoa ahalbideratzen duen intuizioa. Kantek garbi esaten digu, Leibnizen kontra, aritmetika ez dela jakintza analitikoa, eta hau

esaterakoan proposatzen ari da intuizio aprioristiko baten beharra. Akaso denbora al da? Agian denbora eta espazioa kontutan hartu behar dira. Fregek horrela azaltzen du arazo hau:

"Kasu honetan, ezagutzaren oinarri gisa ezinbestekoa da intuizio batera jotzea, nahiz eta kasu honetan zaila izan erabakitzea espazio edo denboraren intuizioa den" ²³.

Fregerentzat aritmetika ez dago osatuta enuntziatu sintetiko aprioristikoek, analitikoek baizik eta pentsamenduaren eta aritmetikaren legeak elkarrekin lotuta daude:

"Ez al da aritmetikaren oinarria jakintza enpiriko guztiarena eta baita ere geometriarena baino sakonagoa? Egia aritmetikoek zenbakigarriaren domeinua zuzentzen dute. Honek dena hartzen du barne, ez bakarrik erreala eta intuigarria dena, baita ere pentsagarria den oro. Ez lukete egon behar, bada, elkarrekin lotuta zenbakien eta pentsamenduaren legeek?" ²⁴.

Jakina da Fregek, Leibnizek bezala, defendatzen duela lege aritmetikoaren analizitatea. Fregeren ustez Kantek ez zuen behar bezala kontutan hartu lege analitikoaren emankortasuna. "Kontzeptugrafiaren" egileak onartzen du Kantek esandakoa geometriari buruz, baina ez zaio aplikagarria iruditzen aritmetikaren kasura. Zenbakiak ez ditugu "harrapatzen" sentsibilitatea edo intuizioaren bitartez. Aipatzen ditu, besteak beste, zenbaki handiak, zenbaki infinituak edo zero zenbakia ere:

22. "Crítica de la Razón Pura", 86. orr.

23. "Fundamentos de la aritmética", 39.orr.

24. "Fundamentos de la aritmética", 41.orr.

Bestalde Fregek ez du onartzen denbora eta zenbakien arteko lotura. Behin baino gehiagotan, filosofiaren historian zehar, pentsatu ohi da denbora (eta espazioa ere) desberdintasunaren oinarria dela eta ondorioz zenbakien sorrerarena ere bai:

"Zenbatu ahal izateko denbora baldintza psikologiko bat besterik ez da, baina ez du zer ikusirik zenbakiaren kontzeptuarekin"²⁵.

Laburbilduz, hiru jarrera desberdin ikus ditzakegu denboraren zientziari buruz:

- Aristotelek iragartzen digu denboraren zientzia bat, denbora kategorien artean kokatzera-koan, baina gero denbora kantitate jarraia dela adierazten digu, eta, ondorioz, matematika dela denboraz arduratzen dena. Are gehiago geometria izango da, denboraren zentzu honetan bederen, denboraz arduratuko dena. Aritmetika zenbakiaz arduratuko da, alegia kantitate diskretuaz.

- Kantentzat matematikaren enuntziatu guztiak sintetikoak eta aprioristikoak dira. Intuizio batera jo behar dugu haien izaera justifikatzeko. Geometriaren kasuan espazioa dugu. Aritmetikaren kasuan ilunagoa da dagokion intuizioa. Adibide batzuk kontutan hartuz, antzeman daiteke aritmetikaren kasuan, segidaren nozioa azpitik dagoela eta, denboraren intuizioan pentsatzen ari dela.

- Fregek onartzen du Kanten ideia geometriari buruz, baina ez aritmetikari buruz. Aritmetikaren iturria ez da intuizioa, baizik eta pentsamenduaren legeetara jo behar dugu. Gainera aritmetikak denborarekin zerikusia daukala ukatzen du. Fregerentzat aritmetika jakintza analitiko da.

Ikusten dugu Kant eta Aristotelentzat denborak eta matematikak elkarrekin zerikusia badutela. Pentsa dezakegu ere Kantengan ez dagoela hain garbi zein den denborari "dagokion" matematikaren atala. Agian matematika osoa izan daiteke. Aldiz, Aristotelerentzat geometria da denboraz arduratzen den matematikaren atala, sekulan ez aritmetika, denbora jarraia delako. Dena den, Aristotelerengan denbora aztertzeke beste bide bat aurki dezakegula esan genezake: "noiz" kategorian aipatzen dena. Aristotelek, seguru asko, ez du onartzen matematikak denborari buruzko diskurtsoa agor dezakeenik. Zentzu orokorrago honetan denboraz arduratzen den jakintza "lehenagoko/ondorengo" erlazioaz arduratzen da eta erlazio honek zentzu bat baino gehiago dauka, horien artean bat denbora matematikoarena izanik.

Denboraren azterketa logikoa: Aristoteleren jarraitasuna²⁶.

Denbora egitura moduan ulertuko dugu²⁷: (T, <). T-ren bitartez multzo bat adierazten dugu eta multzo horretako elementuak denbora-puntuak dira. Aldi berean, "<" sinboloaren bidez, Aris-

25. "Fundamentos de la aritmética", 67-68. orr.

26. Hemen azaltzen diren ideiak eta Aristoteleri buruzko atalean azaldutako beste hainbat ere *Kategoriak eta ulergarritasun orokorra* (Donostia, 1993) izeneko ihardunaldietan aurkeztuak izan ziren.

27. Ikus. van Benthem-1991.

totelek esandakoari helduz, oinarrikoa den eta denboraren ideia gauzatzen duen denbora-puntuaren arteko erlazioa adierazten dugu: aurreko/ondorengo erlazioa ($t_1 < t_2$: t_1 t_2 baino lehenago izan da edo t_1 t_2 -ren aurrekoa da). Arazoa da erabakitzea nolakoa den gure denboraren intuizioari dagokion " $<$ " erlazioa. Erlazio honen propietateen arabera denbora-egitura bata edo bestea mugatuko dugu. Beste arazo bat, hemen aztertuko ez duguna, egitura hori jatorrikoa den edo eratorria den erabakitzea izango da, alegia nolakoak diren haren denbora-puntuak. Eztabaida honekiko independentea izango dira gure azalpenak eta seguru aski birekin bateragarriak.

Aurreko-ondorengo erlazioa "harrapatzeko" ahaleginetan, nahikoa egokia dirudi " $<$ " erlazioari eskakizun minimo batzuk ezartzeak: irreflexibitatea eta iragankortasuna guztiz intuitiboak gertatzen dira " $<$ " erlazioarentzat. Era formal batean adieraziz:

$$\forall x \neg (x < x)$$

$$\forall x \forall y \forall z ((x < y \wedge y < z) \rightarrow x < z)$$

Beraz, gutxieneko baldintza hauek kontutan hartuz, denboraren egiturak hertsia den ordena partziala osatzen du.

Baldintza minimo hauetatik abiatuz aukera bat baino gehiago badago, denborari buruzko intuizioaren arabera. Zeintzu diren aukera horietako batzuk pausoz pauso ikusten joango gara, azpian egon litezken motibazioak azalduz.

- Linealtasuna: $\forall x \forall y (x = y \vee x < y / y < x)$

Ordena partzial bati linealtasuna gehitzen badiogu, zuhaitz-egitura duten egiturak bazterten ditugu, eta bide batez denbora-puntu batek "hurrengoa" den puntu bat baino gehiago izatea ere bai. Noski (N,<), (Z,<), (Q,<) eta (R,<) egiturak linealak dira. Denborazko puntuak modu eratorrian definituak izanez gero (Esaterako, Russellentzat jazoeren erlazioen bitartez definituko genituzke) pentsa daiteke denborazko puntu baten berehalako hurrengoak diren bat baino gehiago egotea, nahiz eta azkenean bat izan suertatuko dena. Horregatik zenbait testuingurutan abardun denbora egitura kontutan hartu ohi da, normalean gainera abartze-prozesua soilik geroaldiari aplikatuz. Pentsatzen ari gara, esate baterako, logika modaletan hizkuntza naturalari aplikatzerakoan edota "ekintzaren" teoria formal batean. Dena den eztabaida hau alde batera utziko dugu, denbora lineala aztertzen jarraitzeko. Ordena lineala kontsideratzen baldin badugu ez dugu behartzen denbora infinitua izaten, eredu finituak kontsidera daitezke eta.

Infinituak diren ereduak lortzeko ezinbestekoa da formalizazio honetan beste "axioma" batzuk kontsideratzea. Kantek lehenengo antinomia planteatzerakoan serialtasunaren arazoa aztertuko du, eta honekin lotuta infinituarena. Denbora egitura seriala da ondoko propietatea(k) betetzen bad(it)u:

$$\forall x \exists y (y < x) \text{ (seriala iraganaldiaren ikuspegitik)}$$

$$\forall x \exists y (x < y) \text{ (seriala geroaldiaren ikuspegitik)}$$

28. Ereduen teoriaren zentzuan.

Teoria honen ereduak infinituak dira, finitua den eredu bat baleuka, zikloak dituen denbora baten aurrean ginatetekeelako eta honek irreflexibitatearen kontra joko lukeelako. Azaldutako propietateen bitartez ikus dezakegu, esate baterako, zenbaki arrunten egiturak propietate guztiak betetzen dituela, iraganaldiko serialtasuna izan ezik. Gainerako ohizko egiturek propietate guztiak betetzen dituzte.

Ikusi dugu Aristotelerengan jarraitasuna azaltzen zaigula oposizioan diskretutasunarekin, baina guk diskretua eta dentsitatea jarriko ditugu oposizioan:

- Dentsitatea: $\forall x \forall y \exists z (x < y) \rightarrow (x < z \wedge z < y)$
- Diskretua: $\forall x \forall y \exists z (x < y) \rightarrow (x < z \wedge \neg \exists u (x < u \wedge u < z))$

Ikusten dugu $(Q, <)$ eta $(R, <)$ egiturek betetzen dutela lehenengoa, $(Z, <)$ -k bigarrena betetzen duen bitartean. Behin baino gehiagotan nozio hauei buruz nahasketak izan dira, Q eta N-ren arteko aplikazio bijektibo bat finkatzea posible delako, hau da, kardinal bera dutelako. Baina denborari buruz aritzean, esan bezala, ordena kontutan hartu behar dugu.

Aristoteleren jarraitasunaren ideia, lehen azaldu dugunez, limite ideia-rekin guztiz lotuta dago eta oraina da limitea geroaldi eta iraganaldien artean. Zatiketa bat eginez gero denboraren egituran limite bat izango dugu beti, eta hau adierazteko pentsa genezake A eta bere osagarria den A* multzoek denbora-puntuen multzoa osatzen dutela. Zatiketa ezin dugu edozein modutan egin, baizik eta kontutan izanik A* multzoko elementu guztiak A multzoko ondoen dato-

zela (pentsa genezake, esaterako, A osatuta dagoela iraganaldiko puntu guztiez, A* geroaldiko puntuez osatuta dagoen bitartean). Suposa daiteke ere bi multzo horiek ez direla hutsak. Kasu honetan jarraitasuna adierazten dugu esanez beti dagoela denbora-puntu bat ondoko hau betetzen duena:

$$\forall A [[\forall x \forall y ((Ax \wedge \neg Ay) \rightarrow x < y) \wedge \exists x Ax \wedge \exists x \neg Ax] \rightarrow \exists z \forall u (z < u \rightarrow \neg Au) \wedge (u < z \rightarrow Au)]]$$

Aristoteleren diskretutasuna, aldiz, era honetan formaliza daiteke:

$$\forall A [[\forall x \forall y ((Ax \wedge \neg Ay) \rightarrow x < y) \wedge \exists x Ax \wedge \exists x \neg Ax] \rightarrow \exists z_1 \exists z_2 (Az_1 \wedge \neg Az_2 \wedge \neg \exists z (z_1 < z < z_2))]]$$

Van Benthem-ek erakusten digu Aristoteleren jarraitasuna eta diskretutasuna ez direla elkarren kontradiktorioak, alegia, ez dela bata bestearen ukazioa.

Berak frogatzen digu eredu bera dutela (isomorfoak aparte) bi teoria hauek:

- Irreflexibitatea, iragankortasuna, serialtasuna, diskretutasuna eta diskretutasuna Aristoteleren zentzuan betetzen dituen teoriak, eta

- Irreflexibitatea, iragankortasuna, serialtasuna, diskretutasuna eta jarraitasuna betetzen dituenak.

Eredu hori $(Z, <)$ egitura da. Adibide bezala, Z zatitzeko bi modu hauek kontutan har ditzakegu: $(-\infty, 2]$, $[3, +\infty)$ eta $(-\infty, 3)$, $[3, +\infty)$.

Kategorietan azaltzen diren definizioak ez dira bateraezinak, eta ez dugu uste Aristoteleren helburua

hau denik, azken batean kantitatearen bi mota horien arteko ebakidurak hutsa izan beharko lukeelako. Testu honetan Aristotelek garbi azaltzen digu zer nolako lotura dagoen jarraitasuna eta limitearen ideien artean, baina jarraitasunaren ideia "harrapatzeko" beharrezkoa da

dentsitatearen propietatea kontutan hartzea. Eta ez dugu honen aipamenik ikusi kategorietan. Limitearen ideia ez da nahikoa harrapatzeko jarraitasunarena, bakarrik limite-dentsitate ideiak konbinatuz gero, jarraitasunaren ideia argia eta ez nahasia lor dezakegu, Deskartesen bereizketa gogoratu.

Bibliografia

- Aristotele, (1983): *Physique*, IV. liburua, (Itzultzailea: Henri Carteron), Société d'édition "Les Belles Lettres", Paris.
- Aristotele: *Organon*. Porrua ed., Buenos Aires.
- Aubenque, P., (1962): *Le problème de l'être chez Aristote*. Paris: Presses Universitaires de France. (Gaztelaniazko itzulpena: Vidal Peña, "El Problema del Ser en Aristoteles", Taurus Argitaletxea, 1974).
- Bachelard, G., (1932): *La intuición del instante*, Fondo de Cultura Económica, 1986. (Itzultzailea J. Ferreiro.), Mexiko.
- van Benthem, J., (1983): *The logic of time*, Kluwer Academic Publishers, Herbehereak, 2. argitarapena, 1991.
- Frege, G., (1948): *Fundamentos de la aritmética*, (Itzultzailea Ulises Moulines), Editorial Laia, 1972.
- Kant, I., (1978): *Crítica de la razón pura*, (Itzultzailea P. Ribas), Alfaguara, Madril.
- Owen, G.E.L., (1979): Aristotle on time, In J. Barnes, M. Schofield eta R. Sorabji, "Articles on Aristotle", 3. liburuaren barnean, 140-159 orr., Duckworth.
- Prior, A. N., (1957): *Time and Modality*, Clarendon Press, Oxford.
- Russell, B., (1937): *The Principles of Mathematics*, (2. argit.) London: Allen and Unwin, (Gaztelaniazko itzulpena J.C. Grimberg 1948), Espasa-Calpe, Madril.
- Russell, B., (1948): *El conocimiento humano* (3. eta 4. zatiak), (Itzultzailea Néstor Mínguez), Taurus, 1977.
- Suarez, (1964): *Disputaciones Metafísicas*, VI, Disp. XL-XLVII, Gredos.